Теоретические и практические задание для итогового контроля по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика», направление «Прикладная математика»,1- курс второй семестр, 2024-2025 учебный год.

1. Формула исчислений высказываний.
2. Логические операции.
3. Что такое символы алгебры высказываний?
4. Понятия под формулы и формулы.
5. Определение доказуемой формулы, приведите примеры.
6. Система аксиом исчисления высказываний.
7. Правила вывода.
8. Производные правила вывода.
9. Правила одновременной подстановки и сложного заключения.
10. Правила силлогизма, контрапозиции и удаление двойного отрицания.
11. Свойства и основные правила вывода.
12. Теорема дедукции. Обобщенная теорема дедукции.
13. Правило введения конъюнкции.
14. Правило введения дизъюнкции.
15. Закон перестановки оснований (условий).
16. Закон добавления оснований.
17. Закон исключения оснований.
18. Значение формулы исчисления высказываний.
19. Взаимосвязь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.
20. Теорема о выводе.
21. Взаимосвязь между формулами исчисления высказываний и формулами алгебры высказываний.
22. Проблема разрешимости в исчислении высказываний.

23. Почему проблема разрешимости для исчисления высказываний является разрешимой?
24. Что такое аксиоматическая теория?
25. Приведите пример непротиворечивой теории.
26. Может ли исчисление высказываний быть непротиворечивой теорией?
27. Проблема полноты исчисления высказываний.
28. Почему исчисление высказываний является полным?
29. Почему система аксиом исчисления высказываний является независимой?
30. Какие формулы называются равносильными формулами?
31. Что такое булева алгебра и как определяются ее основные элементы (множество, операции, отношения)?
32. Как выражаются основные законы булевой алгебры (например, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, идемпотентность, поглощение, законы Де Моргана) и в чем заключается их суть?
33. Что такое булева функция и какими способами она может быть задана (например, таблица истинности, аналитическое выражение)?
34. Какую роль играет булева алгебра в упрощении логических схем? Карты Карно.
35. Каковы практические применения булевой алгебры в информатике и электронике? Приведите примеры.
36. Нахождение СКНФ и СДНФ булевых функций.
37. Двойственные функции. Принцип двойственности.
38. Многочлен Жегалкина.
39. Теорема Поста.
40. Теорема Гёделя о полноте.
41. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
42. Кванторы общности и существования.
43. Формула логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.

44. Равносильные формулы логики предикатов.
45. Нормальная форма формулы логики предикатов. Выполнимые и общезначимые формулы.
46. Применение логики предикатов в математике.
47. Прямая, обратная и противоположная теоремы.
48. $H=\{A\} \vdash B \to A$ Доказательство методом предположения обратного (от противного).
49. Интерпретация языка теории.
50. Понятие алгоритма и его характерные свойства.
51. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
52. Вычислимые функции. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции.
53. Понятие машины Тьюринга.
54. Основная гипотеза теории алгоритмов.
55. Релейно-контактные схемы.
56. Область определения и множество значений предиката.
57. Нормальные формы формул алгебры предикатов.
58. Применение логики предикатов в математике.
59. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов.
60. Приведите примеры математических теорий, существующих в алгебре, геометрии и математическом анализе.
61. Доказать $H=\{A\} \vdash B \to A$
62. Доказать $H=\{A \to C\} \vdash \overline{C} \to \overline{A}$;
63. Найти множество истинности для A(x)∧B(x).
64. Найти множество истинности для C(x)∧B(x):

65. Найти множество истинности для $C(x)\wedge D(x)$:

66. Найти множество истинности для $B(x)\wedge D(x)$:

67. Найти множество истинности для $\neg B(x)\wedge D(x)$:

68. Найти множество истинности для $A(x)\wedge\neg D(x)$:

69. Найти значение формулы $\forall x\forall y\exists z(x+y+z=5)$.

70. Найти значение формулы $\exists x\forall y\exists z(xy=z)$.

71. Найти значение формулы $\forall x\exists y(xy=x)$.

72. Найти значение формулы $\forall x\forall y\exists z(xz=y)$.

73. Найти значение формулы $\forall x\exists y\exists z((xz=y)\wedge(yz=x))$

74. Доказать равносильности: $\exists x[A(x) \vee B(x)] = \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$;

75. Доказать равносильности: $C \wedge \forall xA(x) = \forall x[C \wedge A(x)]$

76. Доказать, что формула A □$\forall x(P(x) \to \neg Q(x)) \to \neg (\exists xP(x) \wedge \forall xQ(x))$ является общезначимой.

77.Раскрить скобки. $\forall x(P(x) \to \neg Q(x))$.

78. Найти отрицание формулы $\exists x(A(x)\wedge B(x)\wedge C(x))$

79. Найти отрицание формулы $\forall xA(x)\to\forall yB(y)$

80. Найти отрицание формулы $\forall xA(x)\vee\exists yB(y)$

81. Найти отрицание формулы $\forall x(A(x)\to B(x))\wedge\exists x(S(x)\wedge\neg R(x))$

82. Найти отрицание формулы $x(R(x)\leftrightarrow Q(x))$

83. Найти отрицание формулы $\forall x\exists y\forall z(P(x,y,z)\to Q(x,y,z))$

84. Найти значение формулы $\exists xR(x)\to\forall xR(x)$.

85. Найти значение формулы $\forall x(q\to R(x))\leftrightarrow(q\to\forall xR(x))$.

86. Найти значение формулы $\forall xR(x) \to \exists xR(x)$.

87. Найти значение формулы $\exists x(R(x) \wedge Q(x)) \to (\exists xR(x) \wedge \exists xQ(x))$.

88. Найти значение формулы $\exists x(R(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow (\exists xR(x) \vee \exists xQ(x))$

89.Найти значение формулы $(\forall xR(x) \vee \forall xQ(x)) \to \forall x(R(x) \vee Q(x))$

90. Найти значение формулы $(\forall xR(x) \wedge \forall xQ(x)) \leftrightarrow \forall x(R(x) \wedge Q(x))$

91. Найти значение формулы $(\exists xR(x) \wedge \exists xQ(x)) \to \exists x(R(x) \wedge Q(x))$

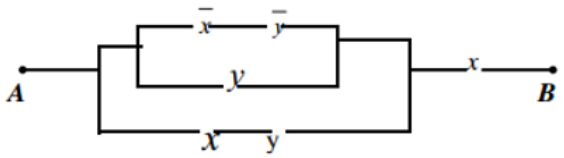
92. Найти СДНФ $x \wedge (x \to y)$

93. Найти СКНФ $x \wedge (x \to y)$

94. Составить РКС для формулы $(x \wedge y) \to (z \vee x)$.

95. Составить РКС для формулы
$F(x,y,z)=x \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \wedge \neg z \vee x \wedge \neg y \wedge z \vee \neg x \wedge y \wedge z$.

96. Упростить РКС.



97. Проверьте свойства булевой функции на линейность

$f(x,y,z)=(x \oplus 1) \wedge (y \oplus 1) \wedge z \vee y \wedge z$

98. Проверьте свойства булевой функции на линейность

$f(x,y,z)=\neg x \wedge (y \wedge z \vee y \wedge \neg z) \vee (y \oplus z \oplus 1) \wedge x$

99. Составить полином Жегалкина $X_1 \to X_2 \vee X_3$

100. Составить полином Жегалкина $X_1 \rightarrow \neg X_2$